

## **O uso da programação linear num contexto de laticínios com várias restrições na capacidade produtiva**

### **Gilberto José Miranda**

Mestre em Administração pela UFU.  
Instituição: Universidade Federal de Uberlândia  
Endereço: Av. João Naves de Ávila, 2.121 - Campus Santa Mônica - Bloco F.  
Sala 1F203. Santa Mônica. – Uberlândia – MG.  
CEP 38.400-902.  
E-mail: [gilbertojm@facic.ufu.br](mailto:gilbertojm@facic.ufu.br)

### **Vidigal Fernandes Martins**

Mestre em Engenharia de Produção pela UFSC.  
Instituição: Universidade Federal de Uberlândia  
Endereço: Av. João Naves de Ávila, 2.121 - Campus Santa Mônica - Bloco F.  
Sala 1F203. Santa Mônica. – Uberlândia – MG.  
CEP 38.400-902.  
E-mail: [vidigal@ufu.br](mailto:vidigal@ufu.br)

### **Adolar Ferreira de Faria**

Graduado em Ciências Contábeis pela UFU.  
Instituição: Universidade Federal de Uberlândia  
Endereço: Av. João Naves de Ávila, 2.121 - Campus Santa Mônica - Bloco F.  
Sala 1F203. Santa Mônica. – Uberlândia – MG.  
CEP 38.400-902.  
E-mail: [adolar@ufu.br](mailto:adolar@ufu.br)

### **Resumo**

Este artigo visa discutir aspectos relacionados ao processo de maximização do resultado nas indústrias de laticínios, privilegiando o uso da margem de contribuição, instrumento do custeio variável, com o apoio da programação linear. Nesse sentido, o estudo compreende, inicialmente, a identificação de um problema que torna necessário a escolha da melhor combinação de produtos a serem fabricados num ambiente de múltiplas restrições. Em seguida, são apresentados os conceitos da contabilidade de custos característicos das indústrias de laticínios: produção conjunta e margem de contribuição por fator limitante. A programação linear é proposta como alternativa para encontrar o melhor *mix* de produção, ou seja, aquele que maximize o resultado. Finalmente, é apresentado um exemplo, em que os conceitos são aplicados e os impactos na margem de contribuição total da empresa são analisados. Verificou-se que, nesse contexto, a programação linear é capaz de fornecer uma combinação de produtos que proporciona resultados maiores que o uso isolado da margem de contribuição.

**Palavras-chave:** Custos, Programação linear, Laticínios.

## 1. Introdução

Grandes transformações no setor lácteo brasileiro foram introduzidas na década de 90. Em 1991, a regulamentação do setor foi alterada, com a eliminação do tabelamento de preços, que vigorou por quase cinqüenta anos, e criou reservas regionais no país. A produção de leite como atividade primária foi fortemente afetada pela implantação do processo de granelização: resfriamento de leite nas fazendas e seu transporte a granel em caminhões tanques isotérmicos. O processo de granelização visava não só à melhoria da qualidade do leite, redução de custos de transporte e perdas de produto, como também facilitar a manipulação do leite pelas usinas receptoras. Por outro lado, esse processo exigiu significativos investimentos e ampliação da escala de produção.

A partir daí, sinalizou-se três impactos importantes no setor. O primeiro foi o surgimento de novas indústrias, que antes estavam distantes dos mercados de leite líquido, e o enfraquecimento das cooperativas e empresas que insistiram nas práticas de mercado tradicionais; o mercado regionalizado se tornou nacional. O segundo impacto ocorreu no comércio de alimentos: a crescente importância dos supermercados, sobretudo grandes redes como Carrefour, Wall Mart, etc, contrapondo-se ao comércio de pequenas padarias e pequenos varejos, alterou as relações de força na comercialização do leite e seus derivados (manteiga, iogurte, queijos, etc.). O terceiro impacto relevante foi o surgimento de importadores independentes (sem unidade industrial de laticínios e sem vínculos com a atividade primária), que se aproveitaram das variações de preço no mercado internacional. Os preços baixos estimularam a importação nos últimos dez anos, o que afetou o preço do produto no mercado interno e os lucros do setor lácteo.

O novo patamar competitivo do mercado apontou como tendência o fortalecimento de produtos de maior valor agregado como iogurtes, creme de leite, etc., em detrimento de produtos menos elaborados. Nesse contexto, os pequenos laticínios buscam formas de se manterem no mercado; muitos deles não podem investir em produtos de maior valor agregado devido aos altos valores dos investimentos demandados pelos equipamentos produtivos. Sobram-lhes poucas formas para a conquista de vantagens competitivas, dentre as quais, destaca-se a melhor utilização do parque industrial já instalado.

Para o melhor uso da planta fabril, os pequenos laticínios têm como obstáculo o gerenciamento da matéria-prima leite, pois a produção é irregular durante o ano, sendo fortemente influenciada por fatores climáticos. As grandes indústrias, geralmente,

transformam o leite excedente à produção em pó, o que permite a estocagem para regular a produção de acordo com a demanda. Sem acesso a esta possibilidade, os pequenos laticínios ficam expostos às oscilações da demanda e da produção, de forma que, em algumas épocas do ano, há falta de matéria-prima e, em outras, há excessos. Este descompasso entre o fornecimento de matéria-prima e a demanda, se não for cuidadosamente monitorado, ocasiona queda nos resultados. Portanto, a matéria-prima funciona como uma restrição no processo produtivo, o que torna necessário a busca de melhores formas de uso deste recurso para maximizar o resultado econômico da empresa. Além da matéria-prima, existem outros fatores limitantes próprios do processo produtivo e também restrições mercadológicas.

Por meio de instrumentos contábeis adequados, pode-se conhecer melhor a realidade e encontrar formas de otimizar os recursos já existentes. Sabe-se que um dos objetivos fundamentais da contabilidade é prover informações úteis para a tomada de decisões, ressaltando-se que a definição do que é útil vai depender de cada usuário e do modelo decisório que utiliza. Iudícibus (2004, p. 22) afirma que, para atender o usuário dos dados contábeis, a contabilidade deve: “a) estabelecer claramente qual a função-objetivo que desejamos maximizar; b) coletar e avaliar o tipo de informação utilizada no passado para maximizar a função; c) prover o modelo preditivo que irá suprir o modelo decisório para a maximização da função-objetivo”.

Neste estudo, pretende-se verificar a aplicabilidade da programação linear em conjunto com o método do custeio variável na identificação do nível ótimo de produção de cada item do *portfólio* da empresa que maximize a função-objetivo (resultado), tendo em vista o fenômeno da produção conjunta. Para tanto, pretende-se discutir, inicialmente, os conceitos relativos ao custeio variável peculiares às indústrias de laticínio, bem como fornecer uma visão conceitual de programação linear. Posteriormente, os conceitos analisados serão testados na empresa “Laticínio Triângulo”, um exemplo hipotético, mediante a abordagem metodológica “quase-experimento”.

## 2. Objetivos e Contribuições

O objetivo geral deste estudo é analisar a aplicação da programação linear como instrumento de definição do mix de produção que possibilite o melhor resultado econômico em um ambiente de várias restrições produtivas e mercadológicas. Para alcance deste propósito, serão necessários os seguintes objetivos específicos: investigar algumas

informações contábeis peculiares de indústrias de laticínios; apresentar conceitos relativos à programação linear; aplicar os mencionados conceitos na empresa “Laticínio Triângulo” e analisar os resultados.

A importância do setor lácteo no Brasil e a quantidade relativamente pequena de estudos nesta área tornam relevante o presente estudo. Segundo dados da Embrapa (2004), o Brasil é, atualmente, o sexto maior produtor de leite do mundo e cresce a uma taxa anual de 4%, superior aos países que ocupam os primeiros lugares. Para a referida instituição, se este crescimento se sustentar, nos próximos anos o país poderá mudar o perfil de importador para exportador de produtos lácteos. Em 2002, o leite representou 19% do valor bruto da produção pecuária, o que denota a importância da produção láctea no contexto do agronegócio nacional. É importante mencionar que a produção leiteira desempenha também um relevante papel social, principalmente na geração de empregos. De acordo com a Embrapa, são mais de um milhão e cem mil propriedades que exploram o leite e ocupam diretamente 3,6 milhões de pessoas. Tal impacto supera o de setores importantes como o da construção civil, o siderúrgico, o têxtil e o da indústria automobilística.

### 3. Metodologia

Considerando os objetivos definidos e delimitados, o presente estudo se classifica como uma pesquisa explicativa. Segundo Gil (2002, p. 42), “Este é o tipo de pesquisa que mais aprofunda o conhecimento da realidade, porque explica a razão, o porquê das coisas.” No entanto, de acordo com o autor, a aplicação desse método em ciências sociais reveste-se de muitas dificuldades, de tal forma que a realização de pesquisas rigidamente explicativas em algumas áreas nem sempre é possível. Por outro lado,

Há muitos contextos sociais naturais em que o pesquisador pode introduzir algo semelhante ao delineamento experimental em sua programação de procedimentos de coleta de dados (por exemplo, quando e quem medir), ainda que lhe falte o pleno controle da aplicação de estímulos experimentais (quando e quem expor e a capacidade de causalizar exposições) que torna possível um autêntico experimento. Coletivamente, tais situações podem ser encaradas como delineamentos quase-experimentais (CAMPBELL; STANLEY, 1979, p. 61).

No campo da psicologia, as pesquisas denominadas “quase-experimentos” são bastante utilizadas (GIL, 2002, p. 43). Em contabilidade, especificamente na análise de instrumentos estatísticos, pode-se, a partir da observação do mundo real, coletar informações

para construção de um exemplo e, por meio da manipulação de algumas variáveis, determinar os impactos em termos de alterações na geração de resultados do empreendimento. Através deste processo, podem-se explicar os conceitos utilizados, visualizando-se por meio dos resultados a aplicabilidade, ou não, do instrumento estatístico.

#### **4. Aspectos Contábeis Característicos das Indústrias de Laticínios**

A contabilidade entendida como ferramenta de controle do patrimônio é responsável pela elaboração de informações que atendam aos diversos usuários e possibilite o alcance do êxito empresarial. Nesta direção, informações sobre o desempenho empresarial representam importantes subsídios ao processo de escolha dos indivíduos. As decisões dos diversos agentes envolvidos na organização, como donos, clientes, governos, fornecedores, gestores, funcionários, etc., podem ser otimizadas quando suportadas por informações relevantes.

A definição correta do método de custeio a ser adotado é o primeiro e mais importante passo para obtenção de uma informação de qualidade. Nos métodos tradicionais de custos, deparamo-nos com o problema da alocação de custos fixos, em que o rateio é uma prática validada pelos Princípios de Contabilidade Geralmente Aceitos na avaliação de estoques, mas esta metodologia pode ser perniciososa se utilizada para tomada de decisões. Não havendo uma correlação adequada entre os gastos fixos e os volumes produzidos no curto prazo, o custo fixo unitário poderá modificar-se em função das quantidades produzidas. Além disso, poderá haver variações decorrentes de alterações do critério de rateio utilizado, o qual enseja implicitamente certo grau de arbitrariedade. Por isso, decisões tomadas com base no “custeio por absorção” podem não ser as mais corretas do ponto vista econômico.

O método de custeio variável utiliza-se do conceito de margem de contribuição, ou seja, a diferença entre as receitas e a soma dos custos e despesas diretamente variáveis em função do volume produzido. Dessa maneira, torna-se bem mais facilmente visível a potencialidade de cada produto, mostrando como cada um contribui para pagamento dos demais custos não passíveis de atribuição à produção sem uma identificação de critério de rateio e para a formação do lucro. Pode-se estruturar o custeio variável de forma a não desprezar os custos fixos em sua totalidade, procurando identificá-los especificamente com um produto, ou grupo de produtos que são deles deduzidos, sem que, entretanto, sejam alocados a cada unidade produzida. Horngren, Foster e Datar (2000, p. 197) nomeiam estes custos como “custos estruturados”, em que há uma nítida relação de causa e efeito entre os

custos e as unidades de produção, mesmo que no curto prazo alguns custos possam ser fixos. De acordo com esta abordagem, apura-se nova margem de contribuição após os custos estruturados (identificados). De maneira geral, nesta abordagem, criam-se diversas margens de contribuição numa seqüência lógica e agregativa.

As indústrias de laticínio, como já mencionado anteriormente, se defrontam com o problema da disponibilidade “instável” de matéria-prima leite, o que faz com que em certas circunstâncias exista sobra e, em outras, insuficiência desse item. Quando o problema for sobra, podem-se buscar estratégias de marketing para escoar a produção, priorizando sempre que possível os produtos de maior Margem de Contribuição, ou ainda transformá-lo em leite em pó para futura industrialização, caso exista esta possibilidade.

Quando o problema for matéria-prima insuficiente, tem-se uma restrição no processo produtivo. Neste caso, sugere-se o uso da margem de contribuição por fator limitante, “[...] se não houver limitação na capacidade produtiva, interessa o produto que produz maior margem de contribuição por unidade, mas, se existir, interessa o que produz maior margem de contribuição pelo fator limitante da capacidade” (MARTINS, 2003, p. 191). A margem de contribuição por fator limitante é obtida pela razão da margem de contribuição unitária pelo consumo do fator limitante por unidade produzida. Dessa forma, a restrição passa a denominador da equação, subordinando as demais etapas produtivas à quantidade disponível de matéria-prima.

Outro aspecto marcante na apuração de custos das indústrias de laticínios é o fenômeno da produção conjunta. Segundo Martins:

Produção conjunta é o aparecimento de diversos produtos a partir, normalmente, da mesma matéria-prima, como é o caso do tratamento industrial da quase totalidade dos produtos naturais. Decorrem de um mesmo material diversos produtos conjuntos normalmente classificados em co-produtos e subprodutos. (MARTINS, 2003, p. 162).

Os produtos não são identificados como produtos individuais diferenciados enquanto não se atinge certo estágio de produção chamado ponto de separação. Os produtos principais são denominados de co-produtos e,

Subprodutos são aqueles itens que, nascendo de forma normal e durante o processo de produção, possuem mercado de venda relativamente estável, tanto no que diz respeito à existência de compradores como quanto ao preço. São itens que têm comercialização tão normal quanto os produtos da empresa, mas que representam porção ínfima do faturamento total (MARTINS, 2003, p.122).

A produção conjunta apresenta uma complexidade muito grande na apuração dos custos unitários por produto, tanto para fins de avaliação de estoques, quanto na determinação do preço de venda e análise das margens brutas por produto. Salienta Martins (2003, p. 123) que o tratamento contábil dá-se da seguinte maneira: Apura-se o valor líquido realizável, baseado no preço de mercado do subproduto, lança-se a débito da conta de estoque do subproduto e a crédito de custo do co-produto principal vendido. Para Horngren, Foster e Datar (2000, p. 386), uma segunda abordagem é possível, a que aloca os custos empregando dados físicos, como peso e volume. Ressaltam os autores, entretanto, que o preço de mercado é, em geral, melhor indicador das vantagens obtidas do que as medidas físicas.

## 5. Programação Linear

Segundo Prado (1999, p. 15), a programação linear é um ramo da pesquisa operacional que “[...] permite estabelecer a ‘mistura’ ótima de diversas variáveis segundo uma função linear de efetividade e satisfazendo a um conjunto de restrições lineares para estas variáveis”. De acordo com o autor, pesquisa operacional “[...] é uma ciência que objetiva fornecer ferramentas quantitativas ao processo de tomada de decisões visando alcançar os melhores resultados” (PRADO, 1999, p. 9), através da resolução dos aspectos matemáticos dos modelos propostos.

A técnica de programação linear foi consolidada por George Dantzig, em 1.947, quando desenvolvia técnicas de otimização para problemas militares, por meio do desenvolvimento do método simplex, capaz de resolver qualquer problema desta natureza. Devido à complexidade dos cálculos matemáticos, esta técnica só se tornou difundida com o surgimento do computador. Atualmente, a Programação Linear tem larga aplicação em diversas áreas como: decisões de investimentos, políticas de estoques, orçamentos de capital, fluxos de caixa, mix de produção, organização de transportes, localização industrial e fluxo de redes, dentre outros.

As premissas a serem estabelecidas para criação do modelo matemático são:

- Definir as variáveis do problema;
- Definir a função-objetivo: expressão matemática linear para a qual se deseja otimizar por meio da melhor combinação das variáveis básicas (maximização ou minimização);

- Definir o conjunto de restrições. Segundo Horngren, Foster e Datar (2000, p. 286), “Uma restrição é uma inequação ou igualdade que deve ser satisfeita pelas variáveis de um modelo matemático”.

## 6. O Laticínio Triângulo

A indústria de laticínio objeto deste estudo trata-se de um caso hipotético inspirado em uma indústria real da região do Triângulo Mineiro. Foram mantidas as características principais da empresa, a fim de tornar a análise o mais próxima possível do “mundo real”. A principal mudança foi a redução do número de produtos ao estritamente necessário para aplicação dos conceitos em análise.

A empresa será denominada Laticínios Triângulo. Com mais de três décadas no mercado, a empresa alcançou, até os anos 90, crescimento considerável, com faturamentos que chegaram à casa dos R\$ 60 milhões/ano. Nessa época, o portfólio de produtos da Triângulo era bastante reduzido; constituía-se basicamente de leite pasteurizado, queijo mussarela, queijo prato, queijo parmesão, queijo minas frescal, queijo ricota, e leite longa vida. A maioria dos queijos era comercializada em grande escala, principalmente, queijo mussarela e parmesão, ou seja, eram produtos de baixo valor agregado. No final dos anos 90, a empresa se viu em sérias dificuldades econômico-financeiras, com sucessivas quedas de faturamento e resultados negativos. Nessa situação, a empresa foi obrigada a tomar medidas drásticas de reestruturação para sobreviver. Dentre as principais, destacam-se:

- Profissionalização da Administração: muitos cargos eram ocupados por pessoas que não possuíam qualificação técnica necessária. Assim, foram contratados profissionais do mercado para atuar em áreas chaves, como as gerências.
- Cortes de custos e despesas: formas de controle mais rígidas foram implantadas em todos os setores, no sentido de evitar desperdícios e gastos desnecessários;
- Utilização crescente e gradativa de informações gerenciais para tomada de decisões: as dificuldades financeiras da empresa criaram um ambiente propício à mudança. Foi desenvolvido um sistema de custos; houve a implantação do sistema integrado de informações; a empresa desenvolveu internamente um sistema orçamentário.
- Implantação do Departamento de Marketing: a empresa começa a utilizar informações mercadológicas no processo de decisão.

Essas medidas permitiram à empresa reverter a difícil situação em que se encontrava e, a partir do ano 2001, cessaram os prejuízos. A partir de então, a empresa busca elevar seu faturamento, reduzindo a venda de produtos de baixo valor agregado e intensificando esforços em produtos que demandam maior industrialização e, conseqüentemente, trazem melhores resultados.

Nas linhas a seguir, serão apresentados os dados da Triângulo, os quais formarão a base para aplicação dos conceitos discutidos. A captação mensal de leite é 2.100.000 litros. Os produtos fabricados e comercializados estão relacionados no Quadro 01, abaixo, com os preços de vendas e demandas seguintes:

**Quadro 01 – Preço e Quantidades Vendas**

Produtos	Unidade	Preço de Mercado	Quantidade
Leite Longa Vida Integral	Lt.	\$ 1,00	1.300.000
Leite Longa Vida Desnatado	Lt.	\$ 1,00	250.000
Queijo Mussarela	Kg.	\$ 6,00	60.000
Queijo Ricota Fresca	Kg.	\$ 3,50	15.000
Manteiga	Kg.	\$ 4,50	60.000
Soro	Lt.	\$ 0,04	300.000
Matéria Gorda	Lt.	\$ 3,20	2.000

Fonte: Dados da Empresa

A empresa deseja atender toda a demanda, entretanto, a disponibilidade da matéria-prima leite *in natura* nesta época do ano é insuficiente (2.100.000 litros). O Quadro 02 apresenta a quantidade de matéria-prima (leite, soro e matéria-gorda) necessária para o atendimento à demanda total:

**Quadro 02 – Necessidade de Matéria-Prima por Produto**

Produtos	Necessidade de Leite (Its.)	Necessidade de Soro (Its.)	Necessidade de Mat.Gorda (kg)
Leite Longa Vida Integral	1.326.000	0	0
Leite Longa Vida Desnatado	255.000	0	0
Queijo Mussarela	612.000	0	0
Queijo Ricota Fresca	12.000	375.000	0
Matéria Gorda	0	0	2.000
Soro	0	300.000	0
Manteiga	0	0	51.000
<b>Total</b>	<b>2.205.000</b>	<b>675.000</b>	<b>53.000</b>

Fonte: Dados da Empresa

A necessidade de matéria-prima dos produtos é resultado do produto da demanda de mercado pelo consumo da respectiva matéria-prima de cada item fabricado. Seriam necessários 2.205.000 litros de leite para atender toda a demanda. Além disso, 675.000 litros do subproduto soro e 53.000 litros do subproduto matéria gorda. Todavia, a existência dos subprodutos é dependente da produção dos produtos principais: leite longa vida e queijo mussarela. O Quadro 03 apresenta a produção de subprodutos para a demanda apresentada no Quadro 01.

**Quadro 03 – Produção de subprodutos**

<b>Produtos</b>	<b>Produção de Soro (Its.)</b>	<b>Produção de Matéria Gorda (kg.)</b>
Leite Longa Vida Integral	0	7.956
Leite Longa Vida Desnatado	0	8.160
Queijo Mussarela	480.000	3.060
Queijo Ricota Fresca	0	72
<b>Total</b>	<b>480.000</b>	<b>19.248</b>

Fonte: Dados da Empresa

Os subprodutos soro e matéria-gorda são extraídos durante o processo produtivo dos produtos principais: leite longa vida integral, leite longa vida desnatado, queijo mussarela e queijo ricota fresca. As quantidades presentes no Quadro 03 constituem o resultado do produto das quantidades demandadas pela quantidade de subproduto gerada em cada unidade de produto principal fabricado.

Nota-se que, mesmo se houvesse a disponibilidade total de leite (2.205.000 litros) para a produção dos produtos principais, os subprodutos gerados no processo produtivo seriam insuficientes para atender à demanda de soro e matéria gorda. São demandados 675.000 litros e 53.000 kg contra a produção de 480.000 litros e 19.248 kg, respectivamente. Portanto, para atender à demanda atual, temos as seguintes restrições de matéria-prima: falta de 105.000 litros de leite; falta de 195.000 litros de soro e; falta de 33.752 kg de matéria gorda.

Diante destas restrições, deve-se descobrir qual a combinação de produtos que maximiza o resultado da empresa. Para tanto, será verificado, inicialmente, se a margem de contribuição unitária é suficiente para a solução do problema.

Como mencionado anteriormente, a margem de contribuição é a diferença entre receita e a soma dos custos e despesas variáveis por unidade produzida. Nesse sentido, embora

alguns autores tratem a mão-de-obra da produção como um custo variável, o Laticínio Triângulo não a considera como tal, tendo em vista que os gastos relativos a este custo não variam na mesma proporção da produção; eles têm um comportamento muito mais próximo aos custos fixos, que propriamente aos custos variáveis.

Para a adequada apuração da margem de contribuição, será necessário deduzir o valor de mercado dos subprodutos do custo dos produtos principais. Este tratamento é recomendado pela literatura, pois havendo sobra dos subprodutos após a industrialização, a venda dos mesmos a preços de mercado em nada afeta a análise, bem como, durante os períodos de falta, a compra de subprodutos a preços de mercado também não altera a análise. Entretanto, havendo perda de subprodutos (não utilizados no processo), esta deverá ser mensurada e lançada como despesas do respectivo subproduto.

Finalmente, os custos variáveis (matérias-primas e embalagens) são apurados conforme apontamentos da indústria, e as despesas variáveis são aquelas incidentes sobre vendas (fretes, impostos, comissões, etc.). A apuração dos custos variáveis é feita de forma adequada, ou seja, de acordo com a literatura. O Quadro 04 evidencia a margem de contribuição de cada item vendido.

**Quadro 04 – Margem de Contribuição por Produto**

<b>Produtos</b>	<b>Unidade</b>	<b>Preço de Mercado</b>	<b>Custos e Despesas Variáveis</b>	<b>Receitas dos Subprodutos</b>	<b>Margem de Contribuição Unitária</b>
Leite Longa Vida Integral	Lt.	\$ 1,00	\$ -0,83	\$ 0,02	\$ 0,19
Leite Longa Vida Desnatado	Lt.	\$ 1,00	\$ -0,83	\$ 0,10	\$ 0,27
Queijo Mussarela	Kg.	\$ 6,00	\$ -4,80	\$ 0,48	\$ 1,68
Queijo Ricota Fresca	Kg.	\$ 3,50	\$ -2,63	\$ 0,02	\$ 0,89

Fonte: Dados da Empresa

A fim de maximizar o resultado, os produtos que deverão ser privilegiados durante as vendas são aqueles que possuem a maior margem de contribuição por unidade. Nesta situação, o produto queijo mussarela está em primeiro lugar, com a maior margem, \$ 1,68. Dessa forma, devem-se ordenar as margens de contribuição em ordem decrescente e atender prioritariamente à demanda dos produtos de maior margem. O Quadro 05 apura a combinação de produtos de acordo com este critério, tendo como base a matéria-prima disponível (2.100.000 litros de leite).

**Quadro 05 – Níveis de Produção Segundo as Margens de Contribuição**

Produtos	Unidade	Demanda Atendida	Consumo de Leite (lts.)	Produção de Soro (lts.)	Produção de Mat.Gorda (kg.)
Leite Longa Vida Integral	Lt.	1.197.059	1.221.000	0	7.326
Leite Longa Vida Desnatado	Lt.	250.000	255.000	0	8.160
Queijo Mussarela	Kg.	60.000	612.000	480.000	3.060
Queijo Ricota Fresca	Kg.	15.000	12.000	0	72
<b>Totais</b>			<b>2.100.000</b>	<b>480.000</b>	<b>18.618</b>

Fonte: Dados da Empresa

De acordo com o Quadro 05, deve-se atender parcialmente à demanda de leite longa vida integral, pois é o produto que apresentou a menor margem de contribuição por unidade (\$ 0,19); e atender totalmente às demandas de leite longa vida desnatado, queijo mussarela e queijo ricota fresca, notando-se que a produção de soro de matéria gorda se mostra insuficiente para atender à demanda total desses subprodutos. A configuração final e a margem de contribuição total gerada estão no Quadro 06.

**Quadro 06 – Margem de Contribuição Total**

Produtos	Unidade	Demanda Atendida	Margem de Contribuição Unitária	Margem de Contribuição Total
Leite Longa Vida Integral	Lt.	1.197.059	\$ 0,19	\$ 226.943
Leite Longa Vida Desnatado	Lt.	250.000	\$ 0,27	\$ 68.612
Queijo Mussarela	Kg.	60.000	\$ 1,68	\$ 100.992
Queijo Ricota Fresca	Kg.	15.000	\$ 0,89	\$ 13.280
Manteiga	Kg.	21.904	\$ 0,85	\$ 18.618
<b>Total</b>				<b>\$ 428.445,60</b>

Fonte: Dados da Empresa

A margem de contribuição total de cada produto foi obtida pelo produto da demanda atendida pela margem de contribuição unitária do respectivo produto. A quantidade de manteiga apresentada (21.904 kg) se restringe à disponibilidade de matéria-gorda gerada no processo produtivo dos produtos principais.

Portanto, a empresa teria o valor de \$ 428.445,60 de margem de contribuição total para o pagamento de custos e despesas fixas e gerar resultado. Não será apurado o resultado final, uma vez que a margem de contribuição é suficiente para atender aos propósitos deste estudo, pois os custos e despesas fixos não alteram.

Todavia, esta informação pode não ser a melhor do ponto de vista no âmbito gerencial, pois o produto queijo mussarela traz uma margem de \$1,68 por unidade produzida, mas consome 10,2 litros de leite, ou seja, com intuito de otimizar o recurso matéria-prima leite, a informação ideal seria margem de contribuição por fator limitante (MARTINS, 2003, p. 193). Para tanto, o Quadro 07 apresenta a margem de contribuição pelo fator matéria-prima leite:

**Quadro 07 – Margem de Contribuição Por Fator Limitante**

<b>Produtos</b>	<b>Margem de Contribuição Unitária</b>	<b>Consumo de Leite (lts.)</b>	<b>Margem de Contrib. por Litro de Leite</b>
Leite Longa Vida Integral	\$ 0,19	1,02	\$ 0,19
Leite Longa Vida Desnatado	\$ 0,27	1,02	\$ 0,27
Queijo Mussarela	\$ 1,68	10,20	\$ 0,17
Queijo Ricota Fresca	\$ 0,89	0,80	\$ 1,11
Manteiga	\$ 0,85	0	\$ 0

Fonte: Dados da Empresa

Pode-se observar agora que o produto queijo mussarela, que tem a maior margem de contribuição por unidade (\$1,68) é também o que possui a menor margem de contribuição por litro de leite aplicado (\$0,17). Numa análise preliminar, pode-se afirmar que o produto a ser estimulado deveria ser o produto queijo ricota (\$1,11) e o último seria o produto queijo mussarela (\$ 0,17), uma informação totalmente contrária à apresentada no quadro 06. Para dar validade a esta informação, seria necessário calcular o resultado novamente com esta nova configuração.

No entanto, a apuração de resultados neste cenário não é uma tarefa simples. Apesar de o produto queijo ricota se apresentar agora como a melhor opção, para produzi-lo é necessária a matéria-prima soro, que é extraída durante a produção do produto queijo mussarela. Poder-se-ia pensar em uma análise conjunta destes dois produtos, mas o problema vai mais além. O subproduto matéria gorda (necessário para a produção do produto manteiga) é extraído durante o processo produtivo da maioria dos produtos principais, portanto, seria necessária uma análise conjunta de todos os produtos. Nessa circunstância, faz-se necessário um instrumento que contemple múltiplas restrições, ou seja, a margem de contribuição por fator limitante não atende. Conforme Martins (2003, p. 192), “é necessário nesse caso que se recorra a métodos mais sofisticados, como a Programação Linear, por exemplo, ou outros modelos matemáticos da Pesquisa Operacional”.

Aplicando-se a metodologia da programação linear à indústria Laticínio Triângulo, tem-se:

Variáveis do Problema:

- Q – Quantidade a ser produzida de cada item
- M – Margem de Contribuição de cada item
- 1 - Leite Longa Vida Integral
- 2 - Leite Longa Vida Desnatado
- 3 - Queijo Mussarela
- 4 - Queijo Ricota
- 5 – Manteiga
- 6 – Soro
- 7 – Matéria Gorda

Função Objetiva: (maximizar a margem de contribuição total da indústria por meio da combinação ótima de todos os produtos)

- $Q_1 \times M_1 + Q_2 \times M_2 + \dots + Q_7 \times M_7 = \text{MCT}$  (Margem de Contribuição Total)
- MAX:  $Q_1 \times 0,17 + Q_2 \times 0,17 + Q_3 \times 1,20 + Q_4 \times 0,88 + Q_5 \times 0,86 + Q_6 \times 0,04 + Q_7 \times 3,20$

Conjunto de Restrições:

- Matéria-prima leite: (a quantidade de matéria-prima leite *in natura* a ser utilizada deve ser no máximo 2.100.000 litros):  $1,02 Q_1 + 1,02 Q_2 + 10,2 Q_3 + 0,8 Q_4 \leq 2.100.000$
- Matéria-prima soro (subproduto): (a quantidade matéria-prima Soro, utilizada para fabricação interna de Queijo Ricota ou venda ao mercado, deve ser igual ao soro extraído da produção de Queijo Mussarela):  $Q_6 = 8 Q_3$
- Matéria-prima Matéria-Gorda (subproduto): (a quantidade de matéria-prima Matéria Gorda, utilizada para fabricação interna de Manteiga ou venda ao mercado, deve ser igual às quantidades extraídas da produção de Leite Longa Vida Integral, Leite Longa Vida Desnatado, Queijo Mussarela e Queijo Ricota):  $Q_7 = 0,0061 Q_1 + 0,0326 Q_2 + 0,051 Q_3 + 0,0048 Q_4$

- Produto Ricota: (a produção de Queijo Ricota está limitada à produção de Soro):  
 $25 Q_4 \leq 8 Q_3$
- Produto Manteiga: (produção de Manteiga está limitada à produção de Matéria Gorda):  $0,85 Q_5 \leq 0,0061 Q_1 + 0,0326 Q_2 + 0,051 Q_3 + 0,0048 Q_4$
- Mercado (limitação imposta pela aceitação dos produtos no mercado e considerando a demanda interna dos subprodutos)
  - $Q_1 \leq 1.300.000$
  - $Q_2 \leq 250.000$
  - $Q_3 \leq 60.000$
  - $Q_4 \leq 15.000$
  - $Q_5 \leq 60.000$
  - $Q_6 \leq 300.000 + 25 Q_4$
  - $Q_7 \leq 2.000 + 0,85 Q_5$

Resolução Através da Ferramenta Solver do Excel Microsoft®

Aplicando-se os dados acima na ferramenta Solver do Excel Microsoft®, identifica-se os seguintes resultados:

**Quadro 08 – Quantidades Ótimas Segundo a Programação Linear**

Produtos	Unidade	Qtde.	Demanda	Sobra/Falta
Leite Longa Vida Integral	Lt.	1.300.000	1.300.000	0
Leite Longa Vida Desnatado	Lt.	250.000	250.000	0
Queijo Mussarela	Kg.	49.706	60.000	-10.294
Queijo Ricota Fresca	Kg.	15.000	15.000	0
Manteiga	Kg.	21.985	60.000	-38.015
Soro	Lt.	397.647	675.000	-277.353
Matéria Gorda	Lt.	18.687	53.000	-34.313

Fonte: Dados da Empresa

A combinação de quantidades de produtos a serem fabricados que maximizam a margem de contribuição total da empresa, respeitando-se todas as restrições, seriam estas apresentadas no quadro acima. Como é possível perceber, um dos produtos que tiveram restrições na produção foi o queijo mussarela, diferentemente da situação anterior, em que o leite longa vida integral havia sido restringido. O Quadro 09 apresenta a margem de

contribuição total gerada por esta nova combinação. É importante lembrar que a margem de contribuição unitária apresentada neste quadro não considera a transferência das margens dos subprodutos para os produtos principais como foi feito nas análises anteriores; se assim fosse feito, as combinações utilizadas pela ferramenta seriam mais limitadas.

**Quadro 09 – Margem de Contribuição Segundo a Programação Linear**

<b>Produtos</b>	<b>Unidade</b>	<b>Demanda Atendida</b>	<b>Margem de Contribuição Unitária</b>	<b>Margem de Contribuição Total</b>
Leite Longa Vida Integral	Lt.	1.300.000	\$ 0,17	\$ 221.000
Leite Longa Vida Desnatado	Lt.	250.000	\$ 0,17	\$ 42.500
Queijo Mussarela	Kg.	49.706	\$ 1,20	\$ 59.647
Queijo Ricota Fresca	Kg.	15.000	\$ 0,87	\$ 13.050
Manteiga	Kg.	21.985	\$ 0,85	\$ 18.687
Soro	Lt.	397.647	\$ 0,04	\$ 15.906
Matéria Gorda	Lt.	18.687	\$ 3,20	\$ 59.798
<b>Total</b>				<b>\$ 430.588,73</b>

Fonte: Dados da Empresa

A utilização da programação linear apresenta uma configuração de produtos em que a margem de contribuição total é \$ 430.588,73, contra os \$ 428.445,60 obtidos por meio da análise da maior margem. Houve, portanto, uma diferença de 0,50% favorável ao método da programação linear. Este percentual poderá sofrer alterações em função das quantidades produzidas e comercializadas.

Observa-se que os produtos leite longa vida integral, leite longa vida desnatado e queijo ricota fresca foram maximizados ao limite de demanda de mercado. O produto queijo mussarela apresentou produção abaixo da demanda de mercado. Comparando-se este resultado com a resolução obtida pelo critério da margem de contribuição por fator limitante, pode-se concluir que de fato o queijo mussarela não deve ter sua produção privilegiada em relação aos demais produtos. O subproduto matéria gorda foi todo destinado à produção do produto manteiga que, por sua vez, ficou muito aquém da demanda estimada de mercado. O subproduto soro foi consumido internamente para a produção do produto ricota fresca e o excedente destinado ao mercado, mas, mesmo assim, a demanda não foi totalmente atendida.

A análise de sensibilidade permite ao gestor fazer considerações sobre eventuais alterações nas condições do problema, dentro de intervalos definidos. Pode-se verificar qual impacto, por exemplo, haverá na margem de contribuição total com uma eventual quebra de

restrição. Pode-se fazer a seguinte análise: sabe-se que parte do subproduto soro (22.647 litros), equivalente à sobra da produção é também comercializada e que o produto queijo ricota fresca, que o utiliza como insumo, tem um maior valor agregado, portanto, pode-se levantar a seguinte hipótese: É melhor vender o subproduto soro ou buscar alternativas para a expansão de mercado do produto ricota fresca? Quebrando-se a restrição de mercado para o produto queijo ricota fresca com a finalidade de testar a sensibilidade da solução ótima diante desta perspectiva, chega-se ao resultado demonstrado no quadro 10, após o processamento das informações no Solver.

**Quadro 10 – Margem de Contribuição Mediante Quebra da Restrição Mercadológica do Produto Queijo Ricota Fresca**

Produtos	Unidade	Quantidades	Margem de Contribuição Unitária	Margem de Contribuição Total
Leite Longa Vida Integral	Lt.	1.300.000	\$ 0,17	\$ 221.000
Leite Longa Vida Desnatado	Lt.	250.000	\$ 0,17	\$ 42.500
Queijo Mussarela	Kg.	49.706	\$ 1,20	\$ 59.647
Queijo Ricota Fresca	Kg.	<b>15.906</b>	\$ 0,87	\$ 13.838
Manteiga	Kg.	21.985	\$ 0,85	\$ 18.687
Soro	Lt.	397.647	\$ 0,04	\$ 15.906
Matéria Gorda	Lt.	18.687	\$ 3,20	\$ 59.798
<b>Total</b>				<b>\$ 431.376,85</b>

Fonte: Dados da Empresa

A opção ótima na possibilidade de expansão do mercado do produto queijo ricota fresca seria um aumento de 6,04% na demanda de 15.000 kg para 15.906 kg, o que resultaria no consumo total do subproduto soro, internamente. Como resultado, a margem de contribuição final aumentaria 0,18%, passando de \$ 430.588 para \$ 431.376. Cabe analisar o *trade off* do esforço adicional de vendas para ampliar a demanda por este produto. Outras opções podem ser analisadas conforme as possibilidades reais de quebra de restrições que a empresa vislumbrar.

## 7. Considerações Finais

As difíceis condições pelas quais têm passado as indústrias de laticínios nos últimos anos fizeram com que a informação assumisse significativa relevância no papel de apoio ao processo decisório dessas organizações. Neste estudo, ficou claro que as informações para

decisão devem ter um caráter essencialmente econômico, lógico e racional, evitando-se, por um lado, distorções provocadas por rateios e, investigando-se, por outro, alternativas para atender às situações complexas como a produção conjunta e a existência de múltiplas restrições no processo produtivo, atributos peculiares das indústrias de laticínios.

Verificou-se que a utilização isolada do custeio variável não foi suficiente para apresentar o *mix* de produção que mais otimizasse o resultado do Laticínio Triângulo. Estimular a produção do produto de maior margem em um ambiente caracterizado por várias restrições produtivas e restrições mercadológicas não garante que o resultado seja otimizado; a margem de contribuição por fator limitante também não tem aplicabilidade neste contexto, em função do grande número de restrições presentes.

O uso da programação linear, além de fornecer as quantidades ótimas diante das restrições apresentadas, com um diferencial de 0,50% na margem de contribuição total, ainda aponta possíveis alterações que poderiam melhorar o resultado, por meio da análise de sensibilidade.

Diante do exposto, entende-se que ferramentas estatísticas devem cada vez mais ser utilizadas para suportar informações eficazes na contabilidade; hoje, a complexidade matemática não é mais problema, o computador resolve... Lembrando, entretanto, que ferramenta nenhuma substitui a análise do tomador de decisões.

## 8. Bibliografia

CAMPBELL, D. T.; STANLEY, J. C. (1979), *Delineamentos experimentais e quase-experimentais de pesquisa*, São Paulo, EPU/EDUSP.

CORRAR, Luiz. J. et. al. *Pesquisa Operacional para Decisão em Contabilidade e Administração: Contabilometria*. São Paulo: Atlas, 2003.

EHRlich, Pierre Jacques. *Pesquisa Operacional*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 1988.

EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA - EMBRAPA, Disponível em: <[http://www.embrapa.br/linhas\\_acao/alimentos/prod\\_animal/](http://www.embrapa.br/linhas_acao/alimentos/prod_animal/)> Acesso em 16/02/04.

GIL, Antônio Carlos. *Como elaborar projeto de pesquisa*. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002. 159p.

HORNGREN, C. T.; FOSTER, G.; DATAR, S. M. *Contabilidade de Custos*. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000.

LANZER, Edgar Augusto. *Programação Linear: Conceitos e Aplicações*. Instituto de Planejamento Econômico Social – IPEA. 1982.

LEME, Maristela Franco Paes; SOUZA, Eduardo Luis Leão de. Concentração no Agronegócio e o Sistema Brasileiro de Defesa da Concorrência. *Revista Preços Agrícolas*, junho/2000, ed. 164. Disponível em [www.pa.esalq.usp.br](http://www.pa.esalq.usp.br). Acesso em 10/03/2004.

MARTINS, Eliseu. *Contabilidade de Custos*. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2.003.

MARTINS, Gilberto de Andrade. *Manual para elaboração de monografias e dissertações*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2000.

PRADO, Darcí. *Programação Linear*. Belo Horizonte: DG, 1998.